

Резюмета на научните трудове

(съгласно чл. 80 (1) от ПРАСПУ)

на гл. ас. д-р Димитър Руменов Разпопов

катедра „Математика и информатика“, Факултет по икономика,
Аграрен университет - Пловдив

за участие в конкурс за заемане на академичната длъжност „доцент“ по област на
висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално
направление 4.5. Математика (Геометрия и топология)

За участие в конкурса са представени единадесет научни публикации, една книга и
едно ръководство. От научните публикации шест са с един съавтор, три са с двама
съавтори, една е с петима съавтори и една е с шест съавтори, като девет са в
списания и две в трудове на научни конференции. Пет от публикациите са с имакт
фактор, три публикации са с SJR, девет публикации са индексирани в Web of Science
и/или Scopus, една публикация е индексирана в Zentralblatt и една публикация е в
неиндексирано списание .

Научни публикации:

1. I. Dokuzova, D. Razpopov, *A Riemannian manifold with skew-circulant structures and an associated locally conformal Kähler manifold* (2023), Novi Sad J. Math. 2023, ISSN 14505444, DOI: 10.30755/NJOM.12412, <https://sites.dmi.uns.ac.rs/nsjom/Accepted.html>.

Abstract. A 4-dimensional Riemannian manifold M , equipped with an additional tensor structure S , whose fourth power is minus identity, is considered. The structure S has a skew-circulant matrix with respect to some basis and S acts as an isometry with respect to the metric g . A fundamental tensor is defined on such a manifold (M, g, S) by g and by the covariant derivative of S . This tensor satisfies a characteristic identity which is invariant to the usual conformal transformation. Some curvature properties of (M, g, S) are obtained. A Lie group as a manifold of the considered type is constructed. A Hermitian manifold associated with (M, g, S) is also considered. It turns out that it is a locally conformal Kähler manifold.

Риманово многообразие с косо-циркулантни структури и асоциирано локално конформно келерово многообразие

Резюме. Разглежда се четиримерно риманово многообразие M , с допълнителна тензорна структура S , чиято четвърта степен е минус идентитета. Матрицата от компонентите на S е специална косо-циркулантна матрица, т.е. S е косо-циркулантна структура. Освен това, структурата S и метриката g са съгласувани, така че се индуцира изометрия във всяко допирателно пространство на M . Дефиниран е

фундаментален тензор върху такова многообразие (M, g, S) чрез ковариантната производна на S и метриката g . Този тензор удовлетворява едно характеристично тъждество, което е инвариантно спрямо обичайната конформната трансформация. Намерени са някои кривинни свойства на (M, g, S) . Конструиран е пример с група на Ли за такова многообразие. Разгледано е ермитово многообразие, асоциирано с (M, g, S) . Оказва се, че то е локално конформно келерово многообразие.

2. Dokuzova, D. Razpopov, *Four-dimensional almost Einstein manifolds with skew-circulant structures* (2020), Journal of Geometry, 2020, 111(1), 9, <https://link.springer.com/article/10.1007/s00022-020-0527-6>.

Abstract. We consider a four-dimensional Riemannian manifold M with an additional structure S , whose fourth power is minus identity. In a local coordinate system the components of the metric g and the structure S form skew-circulant matrices. Both structures S and g are compatible, such that an isometry is induced in every tangent space of M . By a special identity for the curvature tensor, generated by the Riemannian connection of g , we determine classes of Einstein and almost Einstein manifolds. For such manifolds we obtain propositions for the sectional curvatures of some characteristic 2-planes in a tangent space of M . We consider a Hermitian manifold associated with the studied manifold and find conditions for g , under which it is a Kahler manifold. We construct some examples of the considered manifolds on Lie groups.

Четиримерно почти айнщайново многообразие с косо-циркулантни структури

Резюме. Разглеждаме четиримерно риманово многообразие M с допълнителна структура S , чиято четвърта степен е минус идентитетът. В локална координатна система компонентите на метриката g и структурата S образуват косо-циркулантни матрици. И двете структури S и g са съгласувани, така че се индуцира изометрия във всяко допирателно пространство на M . Чрез специално тъждество за тензора на кривината, породен от римановата свързаност на g , ние отделяме класове от айнщайнови и почти айнщайнови многообразия. За такива многообразия доказваме твърдения за секционните кривини на някои характеристични двумерни площадки в допирателно пространство на M . Разглеждаме ермитово многообразие, асоциирано с изследваното многообразие, и намираме условия за g , при които M е келерово многообразие. Построяваме някои примери за разглежданите многообразия върху групи на Ли.

3. D. Razpopov, G. Dzhelepov, *A work done by an isotropic vector force field along an isotropic curve* (2021), Balkan J. Geom. Appl. 26 (2021), no.1, 69-80. ISSN 12242780, 18432875, <http://www.mathem.pub.ro/bjga/v26n1/B26-1.htm>.

Abstract. We consider a 4-dimensional Riemannian manifold M with a metric g and an endomorphism Q , whose fourth power is the identity and Q acts as an isometry on g . An associated metric $\tilde{g}$ on (M, g, Q) is determined by both structures g and Q . The metric $\tilde{g}$ is necessary indefinite and it induces isotropic vectors in the tangent space at an arbitrary point on M . The physical forces are represented by vector fields. We study forces whose vectors are in a single tangent space on (M, g, Q) . We calculate the corresponding physical work done by arbitrary forces along arbitrary curves with respect to $\tilde{g}$. Mainly, we suppose that the vector force fields are isotropic and they act along isotropic curves. We calculate the physical work done by such forces.

Работа извършена от изотропно силово векторно поле по направление на изотропна крива

Резюме. Разглеждаме четиримерно риманово многообразие M с метрика g и ендоморфизъм Q , чиято четвърта степен е идентитета и Q действа като изометрия на g . Присъединената метрика $\tilde{g}$ върху (M, g, Q) се определя от двете структури g и Q . Метриката $\tilde{g}$ е необходимо недефинитна и индуцира изотропни вектори в допирателното пространство в произволна точка на M . Физичните сили са представени чрез векторни полета. Изучаваме сили, чиито вектори са в едно допирателно пространство на (M, g, Q) . Изчисляваме съответната физична работа, извършена от сили по криви по отношение на $\tilde{g}$. Предполагаме, че векторните силови полета са изотропни и действат по изотропни криви. Изчисляваме физичната работа, извършена от такива сили.

4. D. Razpopov, G. Dzhelepov, *The value of the work done by an isotropic vector force field along an isotropic curve* (2020), IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 878(1), 012021, <https://doi.org/10.1088/1757-899X/878/1/012021>.

Abstract. In the present paper we consider a 3-dimensional differentiable manifold M equipped with a Riemannian metric g and an endomorphism Q , whose third power is the identity and Q acts as an isometry on g . Both structures g and Q determine an associated metric f on (M, g, Q) . The metric f is necessary indefinite and it defines isotropic vectors in the tangent space T_pM at an arbitrary point p on M . The physical forces are represented by vector fields. We investigate physical forces whose vectors are in T_pM on (M, g, Q) . Moreover, these vectors are isotropic and they act along isotropic curves. We study the physical work done by such forces.

Стойността на работа извършена от изотропно силово векторно поле по направление на изотропна крива

Резюме. В настоящата статия разглеждаме тримерно диференцируемо многообразие M снабдено с риманова метрика g и ендоморфизъм Q , чиято трета степен е

идентитета и Q действа като изометрия на g . Двете структури g и Q определят присъединена метрика f върху (M, g, Q) . Метриката f е необходимо недефинитна и дефинира изотропни вектори в допирателното пространство T_pM в произволна точка p върху M . Физичните сили са представени чрез векторни полета. Изследваме физичните сили, чиито вектори са в допирателното пространство T_pM на (M, g, Q) . Освен това тези вектори са изотропни и действат по изотропни криви. Изучаваме физичната работа, извършвана от такива сили.

5. D. Razpopov, G. Dzhelepov, *Curvature properties of Riemannian*

***manifolds with circulant structures* (2020), Adv. Math., Sci. J. (9) (2020), no. 1, 37-47, ISSN: 1857-8365, <https://doi.org/10.37418/amsj>.**

Abstract. We study a Riemannian manifold M equipped with a circulant structure Q , which is an isometry with respect to the metric. We consider two types of such manifolds: a 3-dimensional manifold M where the third power of Q is the identity, and a 4-dimensional manifold M where the fourth power of Q is the identity. In a single tangent space of a 3-dimensional manifold M we have a special tetrahedron constructed by vectors of a Q -basis $\{x, Qx, Q^2x\}$. Analogously, in a single tangent space of a 4-dimensional manifold M we consider a special tetrahedron constructed by 3 vectors of a Q -basis $\{x, Qx, Q^2x, Q^3x\}$. The aim of the present paper is to find relations among the sectional curvatures of the 2-planes associated with the four faces of this tetrahedron and its cross sections passing through the medians and the edges of these faces.

Кривинни свойства на риманови многообразия с циркулантни структури

Резюме. Изучаваме риманово многообразие M , снабдено с циркулантна структура Q , която е изометрия по отношение на метриката. Разглеждаме два типа такива многообразия: тримерно многообразие M , където третата степен на Q е идентитета, и четиримерно многообразие M , където четвъртата степен на Q е идентитета. В едно допирателно пространство на тримерно многообразие M имаме специален тетраедър, конструиран от векторите на Q -базата $\{x, Qx, Q^2x\}$. Аналогично, в допирателното пространство на четиримерно многообразие разглеждаме специален тетраедър конструиран с три от векторите на Q -базата $\{x, Qx, Q^2x, Q^3x\}$. И в двата случая се намират връзки между секционните кривини на двумерни площадки, свързани с четирите лица на този тетраедър и неговите напречни сечения, минаващи през медианите и ръбовете на тези лица.

6. D. Razpopov, G. Dzhelepov, I. Dokuzova, *On an Indefinite Metric on a 4-*

***Dimensional Riemannian Manifold* (2023), Axioms, 12(5), 432; ISSN: 2075-1680. <https://doi.org/10.3390/axioms12050432>.**

Abstract. Our research focuses on the tangent space of a point on a four-dimensional Riemannian manifold. Besides having a positive definite metric, the manifold is endowed

with an additional tensor structure of type $(1, 1)$, whose fourth power is minus the identity. The additional structure is skew-circulant and compatible with the metric, such that an isometry is induced in every tangent space on the manifold. Both structures define an indefinite metric. With the help of the indefinite metric, we determine circles in different two-planes in the tangent space on the manifold. We also calculate the length and area of the circles. On a smooth closed curve, such as a circle, we define a vector force field. Further, we obtain the circulation of the vector force field along the curve, as well as the flux of the curl of this vector force field across the curve. Finally, we find a relation between these two values, which is an analog of the well-known Green's formula in the Euclidean space.

Върху една недефинитна метрика на четиримерно риманово многообразие

Резюме. Нашето изследване е в допирателното пространство на точка върху четиримерно риманово многообразие. Многообразието е снабдено с допълнителна тензорна структура от тип $(1, 1)$, чиято четвърта степен е минус идентитетът. Допълнителната структура е косо-циркулантна и е съгласувана с метриката, така че се индуцира изометрия във всяко допирателно пространство на многообразието. Двете структури определят присъединена необходимо недефинитна метрика. С помощта на присъединената метрика, определяме окръжности в две различни равнини в допирателното пространство на многообразието. Изчисляваме дължините на тези окръжности и лицата на кръговете затворени от тях. Върху гладка затворена крива, каквато е и окръжността, дефинираме векторно силово поле. Получаваме и циркулацията на векторното силово поле по кривата, както и потока на ротацията на това векторно силово поле през кривата. Накрая откриваме връзка между тези две стойности, което е аналог на добре познатата формула на Грийн в евклидовото пространство.

7. I. Dokuzova, **D. Razpopov**, G. Dzhelepov, *Three-dimensional Riemannian manifolds with circulant structures*, Advances in Mathematics. Scientific Journal (2018), 7(1), 9—16. ISSN: 1857-8365, e-ISSN: 1857-8438.

<https://research-publication.com/amsj/all-issues/vol-07/iss-01/index.html>

Abstract. We consider a 3-dimensional Riemannian manifold M with two circulant structures – a metric g and an additional structure q with $q^3 = \text{id}$. The structure q is compatible with g such that an isometry is induced in any tangent space of M . We calculate the components of the curvature tensor R with respect to the Levi-Civita connection of g . We consider two special properties of R with respect to q and the consequences for some sectional curvatures of this manifold (M, g, q) . We give an example of such a manifold.

Тримерни риманови многообразия с циркулантни структури

Резюме. Разглеждаме тримерно риманово многообразие M с циркулантна метрика g и циркулантна структура q , удовлетворяваща $q^3 = \text{id}$. Пресмятаме компонентите на тензора на кривина за свързаността на Леви-Чивита за g . Разглеждаме два класа многообразия, чиито тензори на кривина са инвариантни относно q . Получаваме равенства за специални секционни кривини в тези два класа. Даваме пример за такива многообразия.

8. G. Dzhelpev, I. Dokuzova, D. Razpopov, ***Spheres and circles with respect to an indefinite metric of a Riemannian manifold with a skew-circulant structure*** (2023), Facta Universitatis, Series: Mathematics and Informatics, ISSN 0352-9665 (accepted)

<http://casopisi.junis.ni.ac.rs/index.php/FUMathInf/index>.

Abstract. We study hyper-spheres, spheres and circles, with respect to an indefinite metric, in a tangent space on a 4-dimensional differentiable manifold. The manifold is equipped with a positive definite metric and an additional tensor structure of type $(1, 1)$. The fourth power of the additional structure is minus the identity and its components form a skew-circulant matrix in some local coordinate system. The both structures are compatible and they determine an associated indefinite metric on the manifold.

Сфери и окръжности по отношение на една недефинитна метрика върху риманово многообразие с косо-циркулантна структура

Резюме. Изучаваме хиперсфери, сфери и окръжности по отношение на една присъединена недефинитна метрика в допирателно пространство върху четиримерно диференцируемо многообразие. Многообразието е снабдено с положително дефинитна метрика и допълнителна тензорна структура от тип $(1, 1)$. Четвъртата степен на допълнителната структура е минус идентитетът и нейните компоненти образуват косо-циркулантната матрица в някаква локална координатна система. И двете структури са съгласувани и определят присъединената недефинитна метрика на многообразието.

9. V. Delibaltova, V. Kuneva, M. Dallev, D. Razpopov, S. Manhart, I. Mitkov, ***Comparative study of productive and quality indicators of common wheat varieties in north - eastern bulgarian region*** (2023), Scientific Papers. Series A. Agronomy, Vol. LXVI, No. 1, 2023, 291 - 298, ISSN 2285-5785; ISSN CD-ROM 2285-5793; ISSN Online 2285-5807; ISSN-L 2285-5785, https://agronomyjournal.usamv.ro/pdf/2023/issue_1/vol2023_1.pdf.

Abstract. The field experiment was carried out in the selected area of Pristoe village,

Shumen area in the period 2017-2019. The test was set by the block-plot design method in four replications with a plot size of 15 m², after sunflower predecessor. The purpose of the study was to establish the productivity and quality of some common wheat varieties, grown in North-Eastern Bulgarian region. The varieties 'Avenue' 'Joker' 'Apache' and 'Neven' were tested. The indices; length of spike (cm), number of spikelets per spike number of grains per spike, grain yield (kg/ha), thousand kernel (grain) weight (g), test weight (kg), vitreousness (%), wet gluten content (%), gluten deformation index (mm) were reported. The results showed that the highest grain yield was obtained from Avenue variety - 7900 kg/ha, followed by Joker - 7400 kg/ha and the lowest one - from Neven variety 6600 kg/ha. The highest values of test weight and the vitreousness content was reported for Neven (84.7 kg and 89.6%) respectively. Joker variety show the best values of the investigated technological properties of the grain among the tested varieties wheat.

Сравнително изследване на продуктивните и качествени показатели на обикновените сортове пшеница в североизточния регион на България

Резюме. Полевият опит е проведен в избрания район на с. Пристое, област Шумен в периода 2017-2019 г. Тестът е поставен по метода на блоковото проектиране в четири повторения с размер на парцела 15 m², след предшественик слънчоглед. Целта на изследването е да се установи продуктивността и качеството на някои сортове обикновена пшеница, отглеждани в района на Североизточна България. Изпитани са сортовете „Авеню“, „Жокер“, „Апаш“ и „Невен“. Индексите; дължина на класа (cm), брой класове на клас, брой зърна на клас, добив на зърно (kg/ha), тегло на хиляда зърна (зърна) (g), тестово тегло (kg), стъкловидност (%), съдържание на мокър gluten (%), индекс на деформация на gluten (mm). Резултатите показват, че най-висок добив на зърно е получен от сорт Авеню - 7900 кг/дка, следван от Жокер - 7400 кг/дка и най-нисък - от сорт Невен 6600 кг/дка. Най-високи стойности на тестовото тегло и съдържанието на стъкловидност са отчетени за Невен (84,7 kg и 89,6%) съответно сорт Жокер показва най-добри стойности на изследваните технологични свойства на зърното сред изследваните сортове пшеница.

10.V. Kuneva, V. Delibaltova, S.Manhart,M. Dallev, I. Mitkov, **D. Razpopov**, G. Hristova, ***Mathematical evaluation of technological approaches for coriander production (2023)***, Scientific Papers, series A. Agronomy, vol.LXII, No 1, ISSN 2285-5785 (Print), ISSN 2285-5807 (Online), <https://agronomyjournal.usamv.ro/index.php/scientific-papers/current?id=1699>.

Abstract. Recently, the cultivation of essential oil and aromatic crops is becoming more and more popular. A typical representative of such a culture is coriander. The article presents real data from the coriander production process, using two different technological

approaches. By using a mathematical, dispersion analysis and T-test, the technology is evaluated. The obtained results are adequate and easy to interpret, they reflect the entire process, but they are valid only under the specific conditions. However, it can be clearly emphasized that sowing term affects yield when cultivate coriander.

Математическа оценка на технологичните подходи за производство на кориандър

Резюме. Напоследък отглеждането на етерично-маслени и ароматни култури става все по-популярно. Типичен представител на такава култура е кориандърът. Статията представя реални данни от процеса на производство на кориандър, като се използват два различни технологични подхода. Технологиите се оценява чрез използване на математически, дисперсионен анализ и Т-тест. Получените резултати са адекватни и лесни за интерпретация, отразяват целия процес, но са валидни само при конкретните условия. Въпреки това, може ясно да се подчертае, че срокът на сеитба влияе върху добива при отглеждане на кориандър.

11. D. Razpopov, I. Dokuzova, *A Two - dimensional Riemannian manifold with two circulant structures* , Scientific Works of the Union of Scientists in Bulgaria - Plovdiv, Series C. Technics and Technologies (2019), Vol. 17, 33-37. ISSN:1311-9419, e-ISSN: 2534-9384, https://usb-plovdiv.org/wp-content/uploads/2019/07/2019_tehnika_i_tehnologii_tom_XVII.pdf

Abstract. In this paper we consider a 2-dimensional Riemannian manifold with an almost product structure, whose trace is zero. The coordinates of the metric and of the additional structure with respect to some basis form circulant matrices. We find a necessary and sufficient condition for the parallelity of the structure with respect to the Levi-Civita connection. We obtain an equation of a circle, determined with respect to an indefinite metric, associated with the Riemannian metric. We construct examples of the considered manifolds, which are 2-dimensional surfaces embedded in a 3-dimensional Euclidean space.

Двумерно риманово многообразие с две циркулантни структури

Резюме. Разглеждаме двумерно диференцируемо многообразие M , снабдено с риманова метрика g и със структура на почти произведение Q , като матриците от координатите на g и Q са циркулантни, т.е. двете структури са циркулантни. Многообразието (M, Q, g) има нулева следа на изображението. Намираме необходимо и достатъчно условие за паралелност на структурата Q . Получаваме уравнение на окръжност, зададена относно присъединената недефинитна метрика, която е определена с помощта на g и Q . Намираме примери за многообразието (M, Q, g) , които са двумерни повърхнини вложени в тримерно евклидово пространство със зададена декартова координатна система $Oxyz$.

Книга:

1. Публикувана книга на базата на защитен дисертационен труд за присъждане на образователна и научна степен "доктор", *Върху геометрията на риманово многообразие с две циркулантни структури*, автор: Димитър Разпопов, (2023), издателство Интел Ентранс, ISBN: 978-619-7703-48-1

Тази книга е публикувана въз основа на успешно защитен през 2019 г. дисертационен труд за присъждане на образователна и научна степен „доктор“ в Професионално направление: 4.5 Математика, научна специалност: Геометрия и топология. Дисертационният труд е разработен под научното ръководство на проф.дмн Манчо Христов Манев и доц. д-р Добринка Костадинова Грибачева

Ръководства:

1. Г. Джелепов , М. Василева, Д. Разпопов, Н. Керанова Ръководство за по Висша математика за студенти от агрономическите специалности „Животновъдство“ на Аграрния университет, Академично издателство на , Аграрния университет - Пловдив, 2010, 91 стр., ISBN 978-954-517-066-9.

Целта на ръководството е:

- Подпомагане на студентите в осмисляне на основните математически понятия – реално число, уравнение, матрица, детерминанта, права линия, формула (функция), фактор (аргумент), графика на функция, производна и интеграл на функция.
- Студентите да решават необходими, макар и несложни задачи, свързани с тези понятия.
- Чрез някои илюстративни примери студентите да разберат, че математическите задачи не са абстрактни игри, а са здраво свързани с практиката, т.е. те са породени от нея.
- Студентите да бъдат улеснени при изучаването на други приложни науки, където са необходими и известни математически умения.

Материалът е изложен в пет глави, респективно в 19 параграфа. Съдържанието е кратко по обем – 90 страници, и авторите считат, че това е едно от достоинства на това помагало.

Ръководството е предназначено главно за студенти от агрономическите специалности и специалност „Животновъдство“ на АУ-Пловдив.

Задачите по геометрия, диференциално и интегрално смятане са разработени от Димитър Разпопов, а участието на четиримата автори при съставянето на ръководството е равностойно.

2. Ръководство по статистическа обработка на данни за докторанти на Аграрния университет – Пловдив, 2023, автори: Велика Кунева и Димитър Разпопов.

Целта на настоящото ръководство е бързо и лесно навлизане на студентите в статистиката с помощта на MS Excel или IBM SPSS – един от най-разпространените статистически пакети за обработка на емперични данни, с широко приложение в големи организации, занимаващи се със социологически, икономически и

маркетингови изследвания, така и в малки и средни фирми, университети и др. области.

Материалът включва следните теми: Модифициране на данни; Графично представяне, Вариационен анализ; Метод на най-малките квадрати; Регресионен анализ; Корелационен анализ; Дисперсионен анализ.

Ръководството е предназначено за докторанти на АУ-Пловдив

18. 01. 2024 г.

Гр. Пловдив

Подпис:

/ гл. ас. д-р Димитър Разпопов /